

# MECCANICA RAZIONALE - 085644

## REGISTRO DELLE LEZIONI

- 14/09/2023, 8.15 - 12.15 (4 ore, teoria).** Richiami di calcolo vettoriale. Spazi vettoriali e spazi affini. Dipendenza lineare e basi. Prodotto scalare, ortogonalità, proiezioni e spazi Euclidei. Prodotto vettoriale e prodotto misto. Applicazioni lineari, matrici rappresentative e applicazione trasposta. Trasformazioni ortogonali. Autovettori, autovalori e teorema spettrale reale.
- 18/09/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Spazio-tempo Newtoniano e sistemi di riferimento. Moto di un punto materiale, velocità ed accelerazione. Moti uniformi e moti armonici. Esempi: moto stazionario, moto rettilineo, moto circolare (terna polare). Ascissa curvilinea, terna intrinseca di Frenet ed equazioni di Frenet-Serret.
- 19/09/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Velocità ed accelerazione in funzione della terna di Frenet. Definizione di corpo rigido. Osservatori solidali e teorema di esistenza. Gradi di libertà per un corpo rigido e angoli di Eulero. Non commutatività delle rotazioni in 3D. Teorema di Poisson: enunciato e cenno di dimostrazione con matrici ortogonali.
- 21/09/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Identità sul doppio prodotto vettore. Coordinate polari, cilindriche e sferiche, e basi naturali ad esse associate. Caratterizzazione dei moti centrali e seconda legge di Keplero. Calcolo della curvatura di un'ellisse in un vertice dell'asse maggiore.
- 25/09/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Teorema di Poisson e sua dimostrazione. Teorema di Rivals (formula fondamentale della cinematica rigida, legge di distribuzione delle velocità), legge di distribuzione delle accelerazioni. Moto rigido traslatorio e sua caratterizzazione.
- 26/09/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Moto rototraslatorio, moto elicoidale, moto rotatorio, moto rigido piano, moto polare e precessioni regolari (con esempi). Proprietà dei moti: invarianza della direzione della velocità angolare per moti rototraslatori, rappresentazione della velocità angolare per precessioni regolari. Atti di moto. Teorema di Mozzi (enunciato).
- 28/09/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Terza legge di Keplero. Velocità angolare in due e tre dimensioni. Angolo di rotazione propria di un corpo rigido nel piano. Sistemi di aste (vincoli: cerniere fisse, cerniere tra aste, carrelli su profili lineari). Puro rotolamento di un disco su un profilo rettilineo.
- 02/10/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Teorema di Mozzi (dimostrazione). Conseguenze per gli atti di moto rigidi piani: teorema di Eulero e teorema di Chasles. Esempi. Esistenza di un punto con accelerazione nulla.
- 03/10/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Cinematica relativa di un punto materiale, teorema di Galileo e teorema di Coriolis (con dimostrazione). Esempi. Definizione di sistemi di riferimento inerziali. Cinematica relativa di un corpo rigido, teorema di Frisi (legge di composizione delle velocità angolari).
- 09/10/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Vincoli e loro classificazione: interni/esterni, di posizione/di mobilità (olonomi/anolonomi), lateri/bilateri, fissi/mobili; esempi. Atti di moto virtuali, spostamenti infinitesimi, atti di moto reversibili. Coordinate libere e numero di gradi di libertà. Sistemi ipo/iso/iper-statici. Metodo del bilancio per il conteggio dei gradi di libertà (con esempi).
- 10/10/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Metodo analitico per il conteggio dei gradi di libertà (con esempi). Particolari tipologie di vincoli: cerniera fissa e mobile, carrello, manicotto, pattino e incastro, filo inestendibile, vincolo di contatto e puro rotolamento. Disco che rotola su una guida generica nel piano.
- 12/10/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Cinematica relativa di un punto materiale vincolato sulla superficie di una sfera che ruota attorno ad un asse di simmetria. Disco che rotola su un piano mantenendosi perpendicolare al piano stesso (esempio di vincolo anolonomo). Esercizi su vincoli di contatto, puro rotolamento e fili inestendibili.
- 16/10/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Leggi della meccanica: principio di invarianza e principio di inerzia Galileiana, principi di Newton. Classificazione delle forze: interne/esterne, apparenti, attive/reattive, posizionali, centrali, conservative. Esempi: forza peso, forza gravitazionale, forza elastica, appoggio liscio.
- 17/10/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Esempio: appoggio scabro e legge di Coulomb-Morin. Retta di applicazione di una forza, momento e braccio. Sistemi di forze: risultante, momento risultante e proprietà del trasporto; sistemi piani; coppie di forze. Sistemi di forze equivalenti, invariante scalare e asse centrale, teorema di riduzione (enunciato).
- 19/10/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, teoria).** Teorema di riduzione (dimostrazione). Sistemi di forze parallele, centro delle forze e sue proprietà. Forza peso e centro di massa per sistemi discreti e continui. Proprietà del centro di massa: distributività, relazione con la convessità del sistema, identificazione tramite piani di simmetria materiale. Calcolo esplicito del centro di massa per sistemi di punti e di lamine triangolari.
- 23/10/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Centro di massa di una calotta sferica omogenea. Quietè ed equilibrio, loro equivalenza sotto opportune ipotesi sulle forze. Equazioni cardinali della statica come condizione necessaria per l'equilibrio. Sufficienza delle equazioni cardinali della statica per l'equilibrio di un corpo rigido.

17. **24/10/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Alcuni problemi di statica, vincoli e reazioni vincolari, momento d'incastro. Esempi: asta appoggiata a pareti con attrito radente, asta con incastro a parete verticale, sistema articolato composto da due aste incernierate.
18. **27/10/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Metodo base e rulletta, calcolo analitico del centro di istantanea rotazione per un corpo rigido in un piano. Cinematica di sistemi articolati. Calcolo del baricentro.
19. **30/10/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Lavoro e potenza, spostamenti virtuali, lavoro virtuale. Vincoli ideali ed esempi. Principio dei lavori virtuali (enunciato).
20. **31/10/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Principio dei lavori virtuali (dimostrazione). Lavoro virtuale per corpi rigidi e sufficienza delle equazioni cardinali della statica per l'equilibrio di un corpo rigido. Lavori virtuali per sistemi olonomi bilateri e forze generalizzate. Principio di stazionarietà del potenziale per sistemi conservativi e stabilità delle configurazioni di equilibrio.
21. **02/11/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Esercizi di statica risolti con equazioni cardinali, principio dei lavori virtuali, principio di stazionarietà del potenziale. Esercizi con attrito radente e vincolo di puro rotolamento.
22. **09/11/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Esercizi di statica, studio delle azioni interne. Filo appoggiato su profilo circolare.
23. **13/11/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Quantità meccaniche: impulso, momento angolare, energia cinetica e potenza per sistemi discreti e continui. Legge del trasporto del momento angolare. Teoremi di König per il momento angolare e l'energia cinetica. Equazioni cardinali della dinamica. Teoremi di conservazione della quantità di moto e del momento angolare.
24. **14/11/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Equazioni cardinali della dinamica per il doppio pendolo. Teorema dell'energia cinetica e teorema del lavoro, legge di conservazione dell'energia meccanica. Esempio di punto materiale in moto lungo guida liscia. Dinamica del corpo rigido: momento angolare e tensore di inerzia; energia cinetica.
25. **16/11/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, teoria).** Momento di inerzia rispetto a un punto, una retta, un piano e due piani. Esempi: punto materiale, asta rigida, disco omogeneo. Tensore di inerzia, proprietà di trasformazione sotto cambio di coordinate e matrice rappresentativa. Momento di inerzia rispetto ad una retta generica e teorema di Huygens-Steiner. Esercizio: equazioni cardinali della dinamica e reazioni vincolari per un disco che rotola senza strisciare. Proprietà di simmetria e positività del tensore di inerzia e teorema di diagonalizzazione, assi e momenti principali. Esempio: diagonalizzazione del tensore di inerzia per una lamina quadrata omogenea.
26. **20/11/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Ellissoide di inerzia, simmetrie materiali e assi principali. Derivata temporale del momento angolare per un corpo rigido, equazioni cardinali della dinamica per un corpo rigido ed equazioni di Eulero, rappresentazione in componenti rispetto agli assi principali di inerzia.
27. **21/11/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Teorema dell'energia cinetica per un corpo rigido. Moti alla Poincaré: conservazione del momento angolare, dell'energia cinetica e della componente della velocità angolare parallela al momento angolare. Rotazioni permanenti e criterio di stabilità.
28. **25/11/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Tensori di inerzia di un cono solido omogeneo e di un quarto di disco: momenti principali e assi principali tramite diagonalizzazione. Esercizi di dinamica risolti con equazioni cardinali della dinamica.
29. **27/11/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Moti alla Poincaré di un giroscopio: soluzione esplicita, costanti del moto, cono fisso e cono mobile. Esempio di un cilindro omogeneo in caduta libera. Teorema di Poincaré per corpi rigidi generici: puro rotolamento dell'ellissoide di inerzia su un piano fisso.
30. **28/11/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Moti alla Poincaré di un giroscopio: costanti del moto, cono fisso e cono mobile. Teorema di Poincaré per moti alla Poincaré di corpi rigidi generici, poloide ed erpoloide. Moti polari con momento d'attrito frenante. Moti polari di corpi rigidi pesanti (rotazioni uniformi). Moti con asse fisso: reazioni vincolari statiche e dinamiche (cenni).
31. **30/11/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Esercizi di dinamica: vincoli mobili, dischi accoppiati, carrucole.
32. **04/12/2023, 10.15 - 12.15 (2 ore, teoria).** Meccanica Lagrangiana. Principio di d'Alambert: equazione simbolica della dinamica; il caso di vincoli olonomi perfetti. Binomi Lagrangiani, teorema di Lagrange nel caso non-conservativo. Energia cinetica per sistemi olonomi in funzione delle velocità generalizzate.
33. **05/12/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Proprietà della matrice di massa. Equazioni di Lagrange in forma normale e determinismo Lagrangiano. Funzione Lagrangiana ed equazioni di Lagrange per sistemi conservativi. Integrali primi Lagrangiani, coordinate cicliche e momenti conservati. Funzione Hamiltoniana e legge di conservazione per vincoli fissi, Hamiltoniana come energia cinetica. Cenni su equazioni di Hamilton e teorema di Noether.
34. **11/12/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, teoria).** Analisi qualitativa di sistemi conservativi a un grado di libertà, spazio delle fasi, orbite e ritratto in fase. Stabilità alla Lyapunov, teorema di Dirichlet-Lagrange e criterio di Lyapunov. Teoria delle piccole oscillazioni: sistemi a un grado di libertà e cenni a sistemi con più gradi di libertà (modi normali e frequenze proprie).

35. **12/12/2023, 15.15 - 17.15 (2 ore, teoria).** Esercizi su piccole oscillazioni. Correzione simulazione di esame scritto.
36. **14/12/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Esercizi su piccole oscillazioni con uno e due gradi di libertà. Esercizi su sistemi Lagrangiani.
37. **21/12/2023, 08.15 - 12.15 (4 ore, esercitazioni).** Correzione di un tema d'esame assegnato in un appello precedente.

Ultimo aggiornamento: 22 dicembre 2023